Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

Методи оптимізацій та плануваня експерименту

Лабораторна робота №3

Проведення трьохфакторного експерименту

при використанні рівняння регресії з урахуванням ефекту взаємодії

Виконав:

Студент групи ІО-91

Кармазін Назар

Перевірив:

Регіда П.Г.

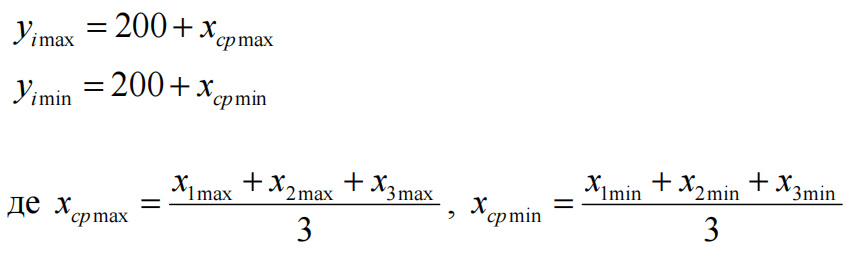
Київ 2021

**Мета роботи:** провести повний трьохфакторний експеримент. Знайти рівняння регресії адекватне об'єкту.

**Завдання на лабораторну роботу**

1. Скласти матрицю планування для повного трьохфакторного експерименту.

2. Провести експеримент, повторивши N раз досліди у всіх точках факторного простору і знайти значення відгуку Y. Знайти значення Y шляхом моделювання випадкових чисел у певному діапазоні відповідно варіанту. Варіанти вибираються за номером в списку в журналі викладача.



3. Знайти коефіцієнти рівняння регресії і записати його.

4. Провести 3 статистичні перевірки – за критеріями Кохрена, Стьюдента, Фішера.

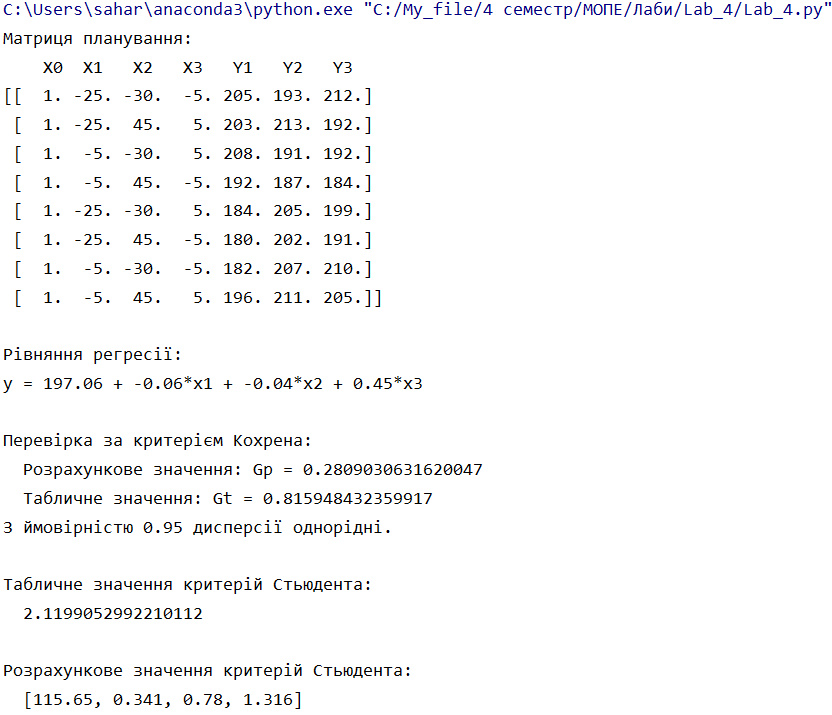
5. Зробити висновки по адекватності регресії та значимості окремих коефіцієнтів і записати скореговане рівняння регресії.

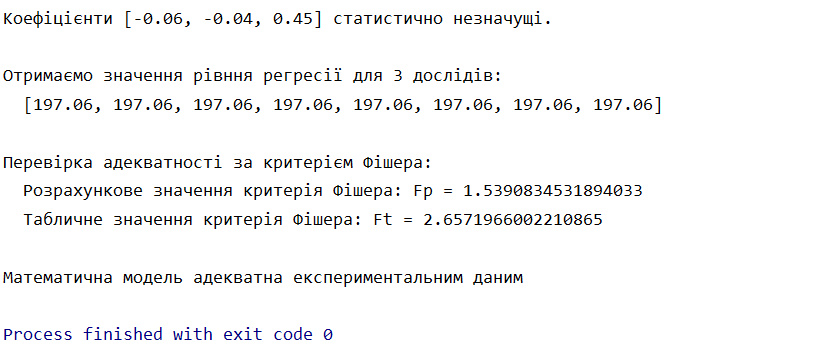
6. Написати комп'ютерну програму, яка усе це моделює.

**Код програми:**

import random  
import numpy as np  
import sklearn.linear\_model as lm  
from scipy.stats import f, t  
from numpy.linalg import solve  
  
  
class Lab\_4:  
 def \_\_init\_\_(self):  
 m = 3  
 n = 8  
 self.x\_range = ((-25, -5), (-30, 45), (-5, 5))  
 self.y\_max = 200 + int(sum([x[1] for x in self.x\_range]) / 3)  
 self.y\_min = 200 + int(sum([x[0] for x in self.x\_range]) / 3)  
 if not self.linear(n, m):  
 self.with\_interaction\_effect(n, m)  
  
 def regression(self, x, b):  
 y = sum([x[i] \* b[i] for i in range(len(x))])  
 return y  
  
 def dispersion(self, y, y\_aver, n, m):  
 res = []  
 for i in range(n):  
 s = sum([(y\_aver[i] - y[i][j]) \*\* 2 for j in range(m)]) / m  
 res.append(round(s, 3))  
 return res  
  
 def planing\_matrix\_interaction\_effect(self, n, m):  
 x\_normalized = [[1, -1, -1, -1],  
 [1, -1, 1, 1],  
 [1, 1, -1, 1],  
 [1, 1, 1, -1],  
 [1, -1, -1, 1],  
 [1, -1, 1, -1],  
 [1, 1, -1, -1],  
 [1, 1, 1, 1]]  
 y = np.zeros(shape=(n, m), dtype=np.int64)  
 for i in range(n):  
 for j in range(m):  
 y[i][j] = random.randint(self.y\_min, self.y\_max)  
  
 for x in x\_normalized:  
 x.append(x[1] \* x[2])  
 x.append(x[1] \* x[3])  
 x.append(x[2] \* x[3])  
 x.append(x[1] \* x[2] \* x[3])  
  
 x\_normalized = np.array(x\_normalized[:len(y)])  
 x = np.ones(shape=(len(x\_normalized), len(x\_normalized[0])), dtype=np.int64)  
  
 for i in range(len(x\_normalized)):  
 for j in range(1, 4):  
 if x\_normalized[i][j] == -1:  
 x[i][j] = self.x\_range[j - 1][0]  
 else:  
 x[i][j] = self.x\_range[j - 1][1]  
  
 for i in range(len(x)):  
 x[i][4] = x[i][1] \* x[i][2]  
 x[i][5] = x[i][1] \* x[i][3]  
 x[i][6] = x[i][2] \* x[i][3]  
 x[i][7] = x[i][1] \* x[i][3] \* x[i][2]  
  
 print(**f'**\n**Матриця планування для n =** {n}**, m =** {m}**:'**)  
 print(**'**\n**З кодованими значеннями факторів:'**)  
 print(**' X0 X1 X2 X3 X1X2 X1X3 X2X3 X1X2X3 Y1 Y2 Y3'**)  
 print(np.concatenate((x, y), axis=1))  
 print(**'**\n**Нормовані значення факторів:**\n**'**)  
 print(x\_normalized)  
  
 return x, y, x\_normalized  
  
  
 def find\_coef(self, X, Y, norm=False):  
 skm = lm.LinearRegression(fit\_intercept=False)  
 skm.fit(X, Y)  
 B = skm.coef\_  
  
 if norm == 1:  
 print(**'**\n**Коефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:'**)  
 else:  
 print(**'**\n**Коефіцієнти рівняння регресії:'**)  
 B = [round(i, 3) for i in B]  
 print(B)  
 return B  
  
  
 def bs(self, x, y, y\_aver, n):  
 res = [sum(1 \* y for y in y\_aver) / n]  
 for i in range(7):  
 b = sum(j[0] \* j[1] for j in zip(x[:, i], y\_aver)) / n  
 res.append(b)  
 return res  
  
  
 def kriteriy\_studenta2(self, x, y, y\_aver, n, m):  
 S\_kv = self.dispersion(y, y\_aver, n, m)  
 s\_kv\_aver = sum(S\_kv) / n  
 s\_Bs = (s\_kv\_aver / n / m) \*\* 0.5  
 Bs = self.bs(x, y, y\_aver, n)  
 ts = [round(abs(B) / s\_Bs, 3) for B in Bs]  
  
 return ts  
  
  
 def kriteriy\_studenta(self, x, y\_average, n, m, dispersion):  
 dispersion\_average = sum(dispersion) / n  
 s\_beta\_s = (dispersion\_average / n / m) \*\* 0.5  
  
 beta = [sum(1 \* y for y in y\_average) / n]  
 for i in range(3):  
 b = sum(j[0] \* j[1] for j in zip(x[:,i], y\_average)) / n  
 beta.append(b)  
  
 t = [round(abs(b) / s\_beta\_s, 3) for b in beta]  
  
 return t  
  
  
 def kriteriy\_fishera(self, y, y\_average, y\_new, n, m, d, dispersion):  
 S\_ad = m / (n - d) \* sum([(y\_new[i] - y\_average[i])\*\*2 for i in range(len(y))])  
 dispersion\_average = sum(dispersion) / n  
  
 return S\_ad / dispersion\_average  
  
  
 def check(self, X, Y, B, n, m, norm=False):  
  
 f1 = m - 1  
 f2 = n  
 f3 = f1 \* f2  
 q = 0.05  
  
 y\_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]  
 print(**'**\n**Середнє значення y:'**, y\_aver)  
  
 dispersion\_arr = self.dispersion(Y, y\_aver, n, m)  
  
 qq = (1 + 0.95) / 2  
 student\_cr\_table = t.ppf(df=f3, q=qq)  
  
 ts = self.kriteriy\_studenta2(X[:, 1:], Y, y\_aver, n, m)  
  
 temp\_cohren = f.ppf(q=(1 - q / f1), dfn=f2, dfd=(f1 - 1) \* f2)  
 cohren\_cr\_table = temp\_cohren / (temp\_cohren + f1 - 1)  
 Gp = max(dispersion\_arr) / sum(dispersion\_arr)  
  
 print(**'Дисперсія y:'**, dispersion\_arr)  
  
 print(**f'Gp =** {Gp}**'**)  
 if Gp < cohren\_cr\_table:  
 print(**f' З ймовірністю** {1-q} **дисперсії однорідні.'**)  
 else:  
 print(**"Необхідно збільшити кількість дослідів"**)  
 m += 1  
 self.with\_interaction\_effect(n, m)  
  
 print(**'**\n**Критерій Стьюдента:**\n**'**, ts)  
 res = [t for t in ts if t > student\_cr\_table]  
 final\_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]  
 print(**'**\n**Коефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.'**.format(  
 [round(i, 3) for i in B if i not in final\_k]))  
  
 y\_new = []  
 for j in range(n):  
 y\_new.append(self.regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res], final\_k))  
  
 print(**f'**\n**Значення "y" з коефіцієнтами** {final\_k}**'**)  
 print(y\_new)  
  
 d = len(res)  
 if d >= n:  
 print(**'**\n**F4 <= 0'**)  
 print(**''**)  
 return  
 f4 = n - d  
  
 Fp = self.kriteriy\_fishera(Y, y\_aver, y\_new, n, m, d, dispersion\_arr)  
  
 Ft = f.ppf(dfn=f4, dfd=f3, q=1 - 0.05)  
  
 print(**'**\n**Перевірка адекватності за критерієм Фішера'**)  
 print(**'Fp ='**, Fp)  
 print(**'Ft ='**, Ft)  
 if Fp < Ft:  
 print(**'Математична модель адекватна експериментальним даним'**)  
 return True  
 else:  
 print(**'Математична модель не адекватна експериментальним даним'**)  
 return False  
  
 def with\_interaction\_effect(self, n, m):  
 X, Y, X\_norm = self.planing\_matrix\_interaction\_effect(n, m)  
  
 y\_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]  
  
 B\_norm = self.find\_coef(X\_norm, y\_aver, norm=True)  
  
 return self.check(X\_norm, Y, B\_norm, n, m, norm=True)  
  
 def planning\_matrix\_linear(self, n, m, x\_range):  
 x\_normalized = np.array([[1, -1, -1, -1],  
 [1, -1, 1, 1],  
 [1, 1, -1, 1],  
 [1, 1, 1, -1],  
 [1, -1, -1, 1],  
 [1, -1, 1, -1],  
 [1, 1, -1, -1],  
 [1, 1, 1, 1]])  
 y = np.zeros(shape=(n,m))  
 for i in range(n):  
 for j in range(m):  
 y[i][j] = random.randint(self.y\_min, self.y\_max)  
  
 x\_normalized = x\_normalized[:len(y)]  
  
 x = np.ones(shape=(len(x\_normalized), len(x\_normalized[0])))  
 for i in range(len(x\_normalized)):  
 for j in range(1, len(x\_normalized[i])):  
 if x\_normalized[i][j] == -1:  
 x[i][j] = x\_range[j-1][0]  
 else:  
 x[i][j] = x\_range[j-1][1]  
  
 print(**'Матриця планування:'** )  
 print(**' X0 X1 X2 X3 Y1 Y2 Y3 '**)  
 print(np.concatenate((x, y), axis=1))  
  
 return x, y, x\_normalized  
  
 def regression\_equation(self, x, y, n):  
 y\_average = [round(sum(i) / len(i), 2) for i in y]  
  
 mx1 = sum(x[:, 1]) / n  
 mx2 = sum(x[:, 2]) / n  
 mx3 = sum(x[:, 3]) / n  
  
 my = sum(y\_average) / n  
  
 a1 = sum([y\_average[i] \* x[i][1] for i in range(len(x))]) / n  
 a2 = sum([y\_average[i] \* x[i][2] for i in range(len(x))]) / n  
 a3 = sum([y\_average[i] \* x[i][3] for i in range(len(x))]) / n  
  
 a12 = sum([x[i][1] \* x[i][2] for i in range(len(x))]) / n  
 a13 = sum([x[i][1] \* x[i][3] for i in range(len(x))]) / n  
 a23 = sum([x[i][2] \* x[i][3] for i in range(len(x))]) / n  
  
 a11 = sum([i \*\* 2 for i in x[:, 1]]) / n  
 a22 = sum([i \*\* 2 for i in x[:, 2]]) / n  
 a33 = sum([i \*\* 2 for i in x[:, 3]]) / n  
  
 X = [[1, mx1, mx2, mx3], [mx1, a11, a12, a13], [mx2, a12, a22, a23], [mx3, a13, a23, a33]]  
 Y = [my, a1, a2, a3]  
 B = [round(i, 2) for i in solve(X, Y)]  
  
 print(**'**\n**Рівняння регресії:'**)  
 print(**f'y =** {B[0]} **+** {B[1]}**\*x1 +** {B[2]}**\*x2 +** {B[3]}**\*x3'**)  
  
 return y\_average, B  
  
  
 def linear(self, n, m):  
 f1 = m - 1  
 f2 = n  
 f3 = f1 \* f2  
 q = 0.05  
  
 x, y, x\_norm = self.planning\_matrix\_linear(n, m, self.x\_range)  
  
 y\_average, B = self.regression\_equation(x, y, n)  
  
 dispersion\_arr = self.dispersion(y, y\_average, n, m)  
  
 temp\_cohren = f.ppf(q=(1 - q / f1), dfn=f2, dfd=(f1 - 1) \* f2)  
 cohren\_cr\_table = temp\_cohren / (temp\_cohren + f1 - 1)  
 Gp = max(dispersion\_arr) / sum(dispersion\_arr)  
  
 print(**'**\n**Перевірка за критерієм Кохрена:'**)  
 print(**f' Розрахункове значення: Gp =** {Gp}**'  
 f'**\n **Табличне значення: Gt =** {cohren\_cr\_table}**'**)  
 if Gp < cohren\_cr\_table:  
 print(**f'З ймовірністю** {1-q} **дисперсії однорідні.'**)  
 else:  
 print(**"Необхідно збільшити ксть дослідів"**)  
 m += 1  
 self.linear(n, m)  
  
 qq = (1 + 0.95) / 2  
 student\_cr\_table = t.ppf(df=f3, q=qq)  
 student\_t = self.kriteriy\_studenta(x\_norm[:,1:], y\_average, n, m, dispersion\_arr)  
  
 print(**'**\n**Табличне значення критерій Стьюдента:**\n **'**, student\_cr\_table)  
 print(**'**\n**Розрахункове значення критерій Стьюдента:**\n **'**, student\_t)  
 res\_student\_t = [temp for temp in student\_t if temp > student\_cr\_table]  
 final\_coefficients = [B[student\_t.index(i)] for i in student\_t if i in res\_student\_t]  
 print(**'**\n**Коефіцієнти {} статистично незначущі.'**.  
 format([i for i in B if i not in final\_coefficients]))  
  
 y\_new = []  
 for j in range(n):  
 y\_new.append(self.regression([x[j][student\_t.index(i)] for i in student\_t if i in res\_student\_t], final\_coefficients))  
  
 print(**f'**\n**Отримаємо значення рівння регресії для** {m} **дослідів: '**)  
 print(**" "**, y\_new)  
  
 d = len(res\_student\_t)  
 f4 = n - d  
 Fp = self.kriteriy\_fishera(y, y\_average, y\_new, n, m, d, dispersion\_arr)  
 Ft = f.ppf(dfn=f4, dfd=f3, q=1 - 0.05)  
  
 print(**'**\n**Перевірка адекватності за критерієм Фішера:'**)  
 print(**' Розрахункове значення критерія Фішера: Fp ='**, Fp)  
 print(**' Табличне значення критерія Фішера: Ft ='**, Ft)  
 if Fp < Ft:  
 print(**'**\n**Математична модель адекватна експериментальним даним'**)  
 return True  
 else:  
 print(**'**\n**Математична модель не адекватна експериментальним даним'**)  
 return False  
  
  
Lab\_4()

**Результат роботи:**

****

****

**Висновок:** лабораторна робота виконана, мета досягнута, у ході лабораторної роботи було змодельовано трьохфакторний експеримент

при використанні рівняння регресії з урахуванням ефекту взаємодії. Також було проведено 3 статичні перевірки: Кохрена, Стьюдента та Фішера. Про правильність роботи програми свідчать результати тестування.